センター虎の巻目次【数学編】

◆重要公式・定理

数Ⅰ・A

数Ⅱ・B

第１回目　　第２回目

目標 15分

H20 ③（Ⅰ・A）　　／30点　　／30点

$\triangle$ABCにおいて，AB=7，BC=$4\sqrt{2}$，$\angle$ABC=45° とする。また，$\triangle$ABCの外接円の中心をOとする。

このとき，CA=$\boxed{\text{ア}}$であり，外接円 O の半径は$\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$である。

外接円 O の上の点Aを含まない弧BC上に点Dを　CD=$\sqrt{10}$　であるようにとる。

$\angle$ADC=$\boxed{\text{オカ}}$° であるから，AD=x とすると x は２次方程式　$x^2-\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}\,x-\boxed{\text{ケコ}}=0$

を満たす。$x>0$であるから　AD=$\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$　となる。

下の$\boxed{\text{ス}}$，$\boxed{\text{セ}}$，$\boxed{\text{ツ}}$には，次の⓪～⑤のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ AC　① AD　② AE　③ BA　④ CD　⑤ ED

点Aにおける外接円 O の接線と辺DCの延長の交点をEとする。このとき，$\angle$CAE=$\angle\boxed{\text{ス}}$Eであるから，

$\triangle$ACEと$\triangle$D$\boxed{\text{セ}}$は相似である。これより EA=$\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}$EC

である。また，EA^2=$\boxed{\text{ツ}}$・ECである。したがって　EA=$\dfrac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}$

であり，$\triangle$ACEの面積は$\dfrac{\boxed{\text{ヌネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$である。

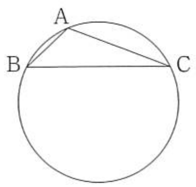
第１回目　　第２回目

目標 15分

H21 ③（Ⅰ・A）　　／30点　　／30点

$\triangle$ABCにおいて，AB=1，BC=$\sqrt{7}$，AC=2 とし，$\angle$CABの二等分線と辺BCとの交点をDとする。

このとき，$\angle$CAB=$\boxed{\text{アイウ}}$° であり



BD=$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$，CD=$\dfrac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$　である。

ADの延長と$\triangle$ABCの外接円 O との交点のうちAと異なる方をEとする。このとき，$\angle$DABと等しい角は，次の⓪～④のうち$\boxed{\text{ケ}}$と$\boxed{\text{コ}}$である。ただし，$\boxed{\text{ケ}}$と$\boxed{\text{コ}}$の解答の順序は問わない。

⓪ $\angle$DBE　① $\angle$ABD　② $\angle$DEC　③ $\angle$CDE　④ $\angle$BEC

これより，BE=$\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$である。また，DE=$\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$である。

次に，$\triangle$BEDの外接円の中心をO′とすると　O′B=$\dfrac{\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$　であり

tan$\angle$EBO′ = $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$　である。

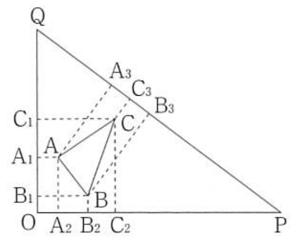
Date

〈ベクトル（平面）〉（Ⅱ・B④）　解答 68p，解説 105p

目標 15分　　第１回目　第２回目

H17 ③（Ⅱ・B）　／20点　／20点

座標平面上の３点 O(0, 0)，P(4, 0)，Q(0, 3) を頂点とする三角形 OPQ の内部に三角形 ABC があるとする。A，B，C から直線 OQ に引いた垂線と OQ との交点をそれぞれ A_1，B_1，C_1 とする。A，B，C から直線 OP に引いた垂線と OP との交点をそれぞれ A_2，B_2，C_2 とする。A，B，C から直線 PQ に引いた垂線と PQ との交点をそれぞれ A_3，B_3，C_3 とする。



A_1 が線分 B_1C_1 の中点であり，B_2 が線分 A_2C_2 の中点であり，C_3 が線分 A_3B_3 の中点であるとする。

$\overrightarrow{AB}=(x,\ y)$，$\overrightarrow{AC}=(z,\ w)$ とおく。A_1 が線分 B_1C_1 の中点であるから $w=\boxed{\text{ア}}\,y$ である。B_2 が線分 A_2C_2 の中点であるから $z=\boxed{\text{イ}}\,x$ である。線分 AB の中点を D とすると，C_3 が線分 A_3B_3 の中点であるから

$\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{PQ}=\boxed{\text{ウ}}$ である。また $\overrightarrow{PQ}=(\boxed{\text{エオ}},\ \boxed{\text{カ}})$，$\overrightarrow{CD}=\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\left(\overrightarrow{AB}-\boxed{\text{ケ}}\,\overrightarrow{AC}\right)$ であるから

$y=\dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}x$ である。

したがって $\overrightarrow{AB}=x\left(1,\ \dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}\right)$，$\overrightarrow{AC}=x\left(\boxed{\text{イ}},\ \dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\right)$ である。

ゆえに $AC=\dfrac{\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タチ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}AB$，$\cos\angle BAC=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{テト}}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$ である。

目標 15分　　第１回目　第２回目

H18 ④（Ⅱ・B）　／20点　／20点

平面上の三つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ は $|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=|\vec{a}+\vec{b}|=1$ を満たし，$\vec{c}$ は $\vec{a}$ に垂直で，$\vec{b}\cdot\vec{c}>0$ であるとする。

(1) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積は $\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。また $|2\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ であり，

$2\vec{a}+\vec{b}$ と $\vec{b}$ のなす角は $\boxed{\text{オカ}}$°である。

(2) ベクトル $\vec{c}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で表すと $\vec{c}=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}\left(\vec{a}+\boxed{\text{ケ}}\,\vec{b}\right)$ である。

(3) x，yを実数とする。ベクトル $\vec{p}=x\vec{a}+y\vec{c}$ が $0\leqq\vec{p}\cdot\vec{a}\leqq1$，$0\leqq\vec{p}\cdot\vec{b}\leqq1$ を満たすための必要十分条件は $\boxed{\text{コ}}\leqq x\leqq\boxed{\text{サ}}$，$x\leqq\sqrt{\boxed{\text{シ}}}\,y\leqq x+\boxed{\text{ス}}$ である。

x と y が上の範囲を動くとき，$\vec{p}\cdot\vec{c}$ は最大値 $\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$ をとり，この最大値をとるときの $\vec{p}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で表すと

$\vec{p}=\boxed{\text{ソ}}\,\vec{a}+\boxed{\text{タ}}\,\vec{b}$ である。

Date